

---

«ПОКОРИ ВОРОБЬЁВЫ ГОРЫ»

задачи письменного тура на механико-математический факультет

1. Найти остаток от деления числа  $n^5 + 3n^4 - n^3 + 6n^2 + 2008$  на  $n + 2$  при  $n = 2006$ . *Коэффициенты, разумеется, написал сейчас наобум, смысл от этого не меняется.*
2. В треугольнике  $\triangle ABC$  биссектриса угла  $\angle A$  пересекает биссектрису внешнего угла  $\angle BCA$  в точке  $E$ . Найти угол  $\angle B$ , если  $\angle AEC = 15^\circ$ . *Опять же, мог напутать, ответ должен получиться  $30^\circ$ .*

3. Вычислить

$$\frac{3^{2+\sqrt[5]{\log_3^2 5}}}{5^{\sqrt[5]{\log_3^3 3+1}}}.$$

*Опять наверное напутал, но ответ должен получиться  $9/5$ .*

4. Пете надо было купить 5 луковиц, 3 помидора и 2 огурца, но он всё перепутал и купил 3 луковицы, 5 помидоров и 3 огурца, но потратил при этом такую же сумму, как и предполагалось. Разместить овощи в порядке возрастания цены за штуку, если, например, помидор дешевле луковицы. *Вот здесь точно ставил числа наугад, не проверял никак, но она лёгкая.*
5. Решить неравенство  $\arccos(4x - 2) < \arccos(-2x)$

6. Решить неравенство

$$\sqrt{-x^2 - 3x} - \sqrt{x^2 + 5x + 6} + \sqrt{-x^2 - 6x - 8} < x + 4.$$

*Ответ: -2*

7. В треугольнике  $\triangle ABC$  на стороне  $AC$  взята точка  $K$ :  $AK : CK = 4 : 1$ . На сторонах  $BK, AK, AB$  взяты точки  $L, M, N$  соответственно, так, что  $MN \parallel BK, LM \parallel AB, LN \parallel BC$ . Найти  $S_{LMN} : S_{ABC}$ . *Здесь, вроде, примерно так.*
8. Между пунктами  $A$  и  $B$  курсируют электрички с интервалом в 6 минут. Путь от  $A$  до  $B$  занимает 35 минут. Когда электрика приезжает в конечный пункт, она разворачивается там некоторое время и следует обратно. Найти какое число электричек обслуживают данный участок железной дороги, если в любой на конечной станции никогда не бывает более одной электрички.
9. В тетраэдре  $ABCD$  минимальное расстояние от точки  $B$  до ребра  $AC$  равно расстоянию до точки  $A$ , а минимальное расстояние от точки  $D$  до грани  $ABC$  равно расстоянию до точки  $E \in AC$ :  $AE : EC = 3 : 2$ . Найти минимально возможное значение  $BD$  при этих условиях, если  $AB = 2, AC = 5, CD = 4$ . *Вроде так, но сразу предупреждаю, память у меня не ахти какая.*

---

Designed by ТЕХник  
Москва  
26 апреля 2006 г.